

Інститут математики НАН України

Міжнародна математична конференція

**«Боголюбовські читання DIF-2013.
Диференціальні рівняння, теорія функцій
та їх застосування»**

з нагоди 75-річчя з дня народження
академіка А. М. Самойленка

23 – 30 червня 2013 р.
Севастополь, УКРАЇНА

Тези доповідей



Institute of Mathematics of NAS of Ukraine

International mathematical conference

**«Bogolyubov readings DIF-2013.
Differential equations, theory of functions
and their applications»**

on the occasion of the 75th anniversary
of academician A. M. Samoilenko

June 23 – 30, 2013
Sevastopol, UKRAINE

ABSTRACTS

To study the oscillations of a homogeneous beam, we consider the following spectral problem:

$$\frac{d^4}{dx^4}W(x) = \lambda \frac{\rho}{EI}W(x) + \frac{\rho g}{EI}((l-x)W'(x))', \quad x \in (0, l) \setminus \{l_0\},$$

$$W(0) = W(l) = 0, \quad W''(0) = W''(l) = 0,$$

$$W'''(l_0 + 0) = W'''(l_0 - 0), \quad W''''(l_0 + 0) - W''''(l_0 - 0) = \frac{\lambda m - \kappa}{EI}W(l_0).$$

We propose an approach for the parameter identification of the boundary value problem (1)–(2) based on experimental measurements carried out at the Institute for Mechanics and Electronics, Technical University of Vienna. This work was supported in part by the project “Control, Stability, and Model Reduction of Hybrid Systems with Elastic Components” (0111U007275) within the agreement on scientific cooperation between Ukraine and Austria.

Agrawal B.N., Treanor K.E. Shape control of a beam using piezoelectronic actuators. *Smart Mater. Struct.*, 1999, Vol. 8, P. 729–740.

Chen G., Delfour M.C., Krall A.M., Payre G. Modeling, stabilization and control of serially connected beams. *SIAM J. Control Optim.*, 1987, vol. 25, P. 526–546.

Shubov M.A., Peterson C.A. Asymptotic analysis of nonselfadjoint operators generated by coupled Euler-Bernoulli and Timoshenko beam model. *Mathematische Nachrichten*, 2004, vol. 267, P. 88–109.

СПЕКТРАЛЬНЫЕ ИНДЕФИНИТНЫЕ ЗАДАЧИ ГИДРОМЕХАНИКИ

Т. Я. Азизов¹, Н. Д. Копачевский²

¹Воронежский государственный университет, Воронеж, Россия

²Таврический национальный университет, Симферополь, Украина

azizov@math.vsu.ru, kopachevsky@list.ru

Изучаются консервативные и диссипативные динамические системы с бесконечным числом степеней свободы, встречающиеся в эволюционных проблемах линейной гидромеханики, и соответствующие им спектральные задачи.

Отличительной особенностью рассматриваемых спектральных проблем является знаменитость оператора потенциальной энергии системы. Это приводит к необходимости использовать пространства с индефинитной метрикой (пространства М. Крейна и Понтрягина, см. [1–6]) в разложении исходного гильбертова пространства на инвариантные подпространства. Такой подход позволяет доказать утверждения о разрешимости рассматриваемых задач, изучить их спектральные свойства, а также установить условия динамической устойчивости (неустойчивости) исходных динамических систем.

В данной работе с использованием данного подхода изучаются некоторые проблемы гидромеханики. В частности, исследуются задачи о собственных колебаниях тела с жесткостью, полностью заполненной идеальной либо вязкоупругой жидкостью, проблема о собственных колебаниях стратифицированной жидкости в цилиндрическом бассейне, задача Крейна (о нормальных колебаниях тяжелой вязкой жидкости в открытом сосуде), задача о поперечных колебаниях вязкоупругого стержня с грузом на конце, а также задача о жесткости системы сочлененных гироскопов и др.

Т. Я. Азизов, Н. Д. Копачевский. Введение в теорию пространств Понтрягина. — Симферополь: ООО "Форма", Симферополь, 2008.

2. Т. Я. Азизов, Н. Д. Копачевский. Введение в теорию пространств Крейна. — Симферополь: ООО "Форма", Симферополь, 2010.
3. Т. Я. Азизов, И. С. Иохвидов. Основы теории линейных операторов в пространстве индефинитной метрикой. — Москва: Наука, 1986.
4. И. Ц. Гохберг, М. Г. Крейн. Введение в теорию линейных несамосопряженных операторов. — Москва: Наука, 1965.
5. Н. Д. Копачевский, С. Г. Крейн, Нго Зуй Кан. Операторные методы в линейной гидродинамике: Эволюционные и спектральные задачи. — Москва: Наука, 1989.
6. Л. С. Понтрягин. Эрмитовы операторы в пространстве с индефинитной метрикой. — АН СССР, Сер. мат., 8(6), (1982), 243–280.
7. Н. Д. Копачевский. О колебаниях тела с полостью, частично заполненной тяжелой жидкостью: теоремы существования, единственности и устойчивости сильных решений. — Зб. праць Інституту математики НАН України, 2005, 2(1), 158–194.
8. Н. Д. Копачевский, М. Ю. Царьков. К вопросу о спектре оператора плавучести. — Изв. высш. учеб. заведений. Математические науки, 27(3), 1987, 463–466.
9. Н. Д. Копачевский, А. Н. Темнов. Колебания идеальной стратифицированной жидкости в цилиндрическом бассейне при переменной частоте плавучести. — Дифференциальные уравнения, 24(10), 1988, 1784–1796.
10. С. Г. Крейн. О колебаниях вязкой жидкости в сосуде. — ДАН СССР, 159(2), 1964, 261–262.
11. А. В. Яковлев. Задача о нормальных колебаниях вязкоупругого стержня с грузом на конце. — Ученые записки Таврич. нац. ун-та им. В. И. Вернадского, 16(1), 28–42.
12. Э. И. Батыр, О. А. Дудик, Н. Д. Копачевский. Малые колебания тел с полостями, заполненными несжимаемой вязкой жидкостью. — Известия вузов. Северо-Кавказский регион. Естеств. науки. Актуальные проблемы математической гидродинамики, 2009, 19–29.

ЛОКАЛЬНОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ УПРАВЛЕНИЯ ДЛЯ НЕГОЛОНОМНЫХ СИСТЕМ С НЕОДНОРОДНЫМИ КРАЕВЫМИ УСЛОВИЯМИ

Т. Н. Астахова, А. Л. Зуев

Институт прикладной математики и механики НАН Украины, Донецк, Украина
ctn_af@mail.ru, al_zv@mail.ru

Рассмотрим линейную по управлению систему

$$\dot{x} = \sum_{i=1}^m u_i f_i(x), \quad x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T \in \mathbb{R}^n, \quad u = (u_1, u_2, \dots, u_m)^T \in \mathbb{R}^m, \quad m < n.$$

где x — вектор состояния, u — вектор управления, $f_i(x) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ для $(i = \overline{1, m})$ для системы (1) выполняется ранговое условие: $\text{rank} \{f_i(x), [f_j, f_k](x) \mid i = \overline{1, m}, S\} = n$ при всех $x \in \mathbb{R}^n$ для некоторого множества индексов $S \subseteq \{1, 2, \dots, m\}^2$, $|S| = n$. Здесь $[f_j, f_k](x)$ — скобка Ли векторных полей $f_j(x)$ и $f_k(x)$.

Для решения двухточечной задачи управления рассмотрим семейство управлений

$$u_i^T(t) = v_i + \sum_{(j,l) \in S} a_{jl} \left\{ \delta_{ij} \cos\left(\frac{2\pi k_{jl} t}{\tau}\right) + \delta_{jl} \sin\left(\frac{2\pi k_{jl} t}{\tau}\right) \right\},$$

зависящее от $\tau > 0$ и параметров $a_{jl} \in \mathbb{R}$, $k_{jl} \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$ для индексов $(j, l) \in S$, где δ_{ij} — символ Кронекера. Семейство (2) распространяет класс управлений, использованных в работах [1–3], на случай систем с ненулевыми краевыми условиями и функциями управ-